

Kasuistik · Casuistry

Das Problem der a-priori-Wahrscheinlichkeit bei Verwendung der Essen-Möller-Formel zur Berechnung der Vaterschaftswahrscheinlichkeit

G. SORGO

Institut für Gerichtliche Medizin der Universität Salzburg (Österreich)

Eingegangen am 24. Oktober 1971

The Assumption of Prior Probability Computing the Plausibility of Paternity by the Essen-Möller Equation and its Problem

Summary. Among "objectivists" the assumption of firsthand probability, that "non-fathers" and "true-fathers" are being given an opinion on with equal frequency, yields to a rejection in calculating the probability of fatherhood according to Essen-Möller. By means of 408 cases it is shown, that this assumption does meet the actual situation. "Non-fathers" and "true-fathers" are observed equally frequent. Calculation of fatherhood probability renders a valuable reference to paternity or nonpaternity of a subject in cases of multiple intercourses. These references cannot be brought on by the statement of the exclusion chance of fatherhood based on the mother-child-constellation. The relationship between the exclusion chance and the probability of fatherhood is pointed out.

Zusammenfassung. Die Annahme der a-priori-Wahrscheinlichkeit, daß „Nichtväter“ und „wahre Väter“ gleichhäufig zur Begutachtung gelangen, wird an Hand von 408 Aktenfällen bestätigt.

Die Berechnung der Vaterschaftswahrscheinlichkeit bietet, insbesondere bei Mehrverkehrs-fällen, wertvolle Hinweise für die Vaterschaft oder Nichtvaterschaft eines Probanden, Hinweise, die durch die Angabe der Vaterschaftsausschlußchance aufgrund der Mutter-Kind-Konstellation nicht erbracht werden können. Auf Beziehungen zwischen der Vaterschaftsausschlußchance und der Vaterschaftswahrscheinlichkeit wird hingewiesen.

Key words: Essen-Möller-Formel — Vaterschaftsausschlußchance — Vaterschaftswahrscheinlichkeit.

Einleitung

Die sog. Essen-Möller-Formel [1] beruht auf dem Bayesschen Theorem. Da subjektive a-priori-Annahmen zur Verwendung notwendig sind, wird die Berechnung der Vaterschaftswahrscheinlichkeit z.T. abgelehnt (z.B. Ludwig [8], Riedwyl [9], Weninger [11]).

Als Ersatz für die Angabe der Vaterschaftswahrscheinlichkeit, berechnet nach Essen-Möller, wird die Angabe des Wertes der Vaterschaftsausschlußwahrscheinlichkeit empfohlen [9]. In dieser Arbeit wird die Vaterschaftsausschlußwahrscheinlichkeit als spezielle Vaterschaftsausschlußchance bezeichnet; sie hängt nur von der jeweiligen Merkmalkonstellation der Mutter-Kind-Verbindung ab.

1. Vaterschaftsausschlußchance

Wir unterscheiden eine allgemeine und spezielle Vaterschaftsausschlußchance.

1.1. Allgemeine Vaterschaftsausschlußchance (AVACH)

Die allgemeine Vaterschaftsausschlußchance errechnet sich als Produkt der Häufigkeiten der Genotypen eines Systemes, die als Ausschlußmerkmale in Betracht kommen und den Häufigkeiten der entsprechenden Mutter-Kind-Kombinationen. Die Produkte werden summiert und ergeben die Wahrscheinlichkeit, bei Untersuchung eines bestimmten Systemes einen zu Unrecht der Vaterschaft bezichtigten Mann von der Vaterschaft ausschließen zu können. Bei Verwendung mehrerer Systeme erhöht sich die AVACH nach dem Additionssatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung für Ereignisse, welche einander nicht ausschließen:

$$P(A_1|A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cdot A_2)$$

oder allgemein

$$P = 1 - \sum_{i=1}^n (1 - A_i).$$

A_1, A_2, \dots, A_n bedeuten die Häufigkeiten der einzelnen Ausschlußchancen.

1.2. Spezielle Vaterschaftsausschlußchance (SVACH)

Die bei der Begutachtung strittiger Abstammungsfragen mehr interessierende SVACH entspricht der Häufigkeit des Genotypes, der als Ausschlußmerkmal in Betracht kommt. Bei Verwendung mehrerer Systeme und Vorliegen mehrerer Ausschlußmerkmale wird die Gesamtausschlußchance nach oben angegebener Produktformel errechnet, wobei die Genotypfrequenzen anstatt der Ausschlußchancen der einzelnen Systeme in die Formel eingesetzt werden. Für alle üblicherweise untersuchten Systeme liegen die Werte in Tabellen auf [7].

2. Vaterschaftswahrscheinlichkeit

2.1. Das Bayessche Theorem

Das Bayessche Theorem beruht auf folgenden Überlegungen: In einer Operation trete ein Ereignis E ein. Über die unbekanntenen Bedingungen für das Eintreten des Ereignisses E , bestehen mehrere Hypothesen H_1, H_2, \dots, H_n , die verschiedene Wahrscheinlichkeit besitzen.

Tritt nun das Ereignis E unter der Bedingung ein, daß die Hypothese H_i begründet ist — $P(E|H_i)$, wobei $1 \leq i \leq n$ — ruft das eine „neue“ Wahrscheinlichkeit der Hypothese H_i hervor. Es muß nun die „neue“ = a-posteriori-Wahrscheinlichkeit der Hypothese H_i — $P(H_i|E)$ — festgestellt werden.

Dies geschieht nach der Formel von Bayes.

Seien H_1, H_2, \dots, H_n einander ausschließende Ereignisse, deren Summe den gesamten Ereignisraum darstellt, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß H_i eintritt — unter der Bedingung, daß das Ereignis E bereits eingetreten ist —, gegeben durch

$$P(H_i|E) = \frac{P(H_i) \cdot P(E|H_i)}{P(H_1) \cdot P(E|H_1) + \dots + P(H_n) \cdot P(E|H_n)}$$

umgeformt

$$P(H_i|E) = \frac{P(H_i) \cdot PE|H_i}{\sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot PE|H_i}.$$

Im Nenner des Bruches findet sich die Totalwahrscheinlichkeit einander ausschließender, unabhängiger Ereignisse. Es sind die Wahrscheinlichkeiten für H_1, H_2, \dots, H_n a-priori-Wahrscheinlichkeiten, die nach Eintritt des Ereignisses E , $P(H_i|E)$ a-posteriori-Wahrscheinlichkeiten werden.

Grundbedingung ist, daß die Ereignisse H_i Wahrscheinlichkeitsverteilung haben.

2.2. Das Essen-Möller-Verfahren

Essen-Möller nahm u. a. an, daß „wahre Väter“ merkmalttragender Kinder häufiger Merkmalsträger sind als „Nichtväter“.

Er drückte diese Annahme mittels der Formel

$$VW = \frac{1}{1 + Y/X}$$

aus [1].

VW = Vaterschaftswahrscheinlichkeit,

X = relative Häufigkeit der jeweiligen Mutter-Kind-Mann-Konstellationen unter „wahren Vätern“,

Y = relative Häufigkeit der jeweiligen Mutter-Kind-Mann-Konstellation in der Bevölkerung („Nichtväter“).

Geyer bezeichnete das Verhältnis Y/X als „kritischen Wert“ [2]. Bei Verwendung mehrerer Systeme wird das Produkt der ermittelten „kritischen Werte“ in oben angegebener Formel eingesetzt. Essen-Möller ging von der Annahme aus, daß „Nichtväter“ und „wahre Väter“ gleichhäufig zur Beobachtung gelangen. Diese Annahme stellt eine a-priori-Wahrscheinlichkeit dar.

Die Ereignisse, die eingetreten sind, sind die Häufigkeiten der Merkmalverteilung bei „Nichtvätern“ und „wahren Vätern“ bei gegebener Mutter-Kind-Konstellation.

Die Ermittlung der „kritischen Werte“ fußt auf folgender Überlegung: Die Merkmalhäufigkeit bei „Nichtvätern“ ist durch die Merkmalhäufigkeit in der Bevölkerung gegeben, da als „Nichtväter“ alle Männer einer Bevölkerung angesehen werden können (alle, außer dem „wahren Vater“). Die Merkmalhäufigkeit der „wahren Väter“ bei gegebener Mutter-Kind-Konstellation läßt sich bei Kenntnis der Genfrequenzen rechnerisch ermitteln. Der Weg zur Berechnung ist bei Essen-Möller und Hummel ausführlich beschrieben [1, 3].

3. Voraussetzungen für die Anwendung der Essen-Möller-Formel

3.1. Die Systeme, deren Merkmale in die Berechnung eingehen, müssen unabhängig voneinander vererbt werden.

3.2. Kindesmutter und Putativvater, dessen VW errechnet werden soll, dürfen nicht verwandt sein (Tabellen für die Berechnung Verwandter bei Essen-Möller).

3.3. Die Probanden, deren Merkmalkonstellationen zur Berechnung herangezogen werden, müssen demselben Kollektiv entstammen.

3.4. Die Zahl der „Nichtväter“ und „wahren Väter“, die zur Beobachtung gelangen, muß annähernd gleich sein.

Die durch die Essen-Möller-Formel berechnete VW wird durch den im Nenner stehenden Bruch Y/X , den „kritischen Wert“ beeinflusst. Da nur bei An-

nahme einer Gleichverteilung von „Nichtvätern“ und „wahren Vätern“ der Bruch von einem Korrekturfaktor Q unabhängig ist, muß eine solche angenommen werden, da dann dieser Faktor 1 ist. Es erübrigt sich, einen Korrekturfaktor Q zu errechnen.

Schulte-Mönting und Hummel haben sich mit der Frage des Verhältnisses der „Nichtväter“ zu den „wahren Vätern“ auseinandergesetzt und ein Rechenverfahren zur Ermittlung realistischer Q -Werte veröffentlicht [10]¹.

Das Verhältnis zu Unrecht als Väter angegebener Männer zu richtig angegebenen Männern wird auf 40:60 geschätzt (zit. K. Hummel).

4. Die Abhängigkeit des Verhältnisses „Nichtväter“ zu „wahre Väter“ und seine Ursachen

4.1. Das Verhältnis fälschlich der Vaterschaft bezichtigter Männer zu tatsächlichen Vätern hängt u. a. vom Wahrheitsgehalt der Aussage der Kindesmutter ab.

4.2. Nach Hummel [3] hängt das Verhältnis von der Auswahl der zur Untersuchung gelangenden Fälle durch den Richter in wesentlich größerem Maße ab, als von der Aussage der Kindesmutter.

Nach den novellierten Bestimmungen der die Stellung des nichtehelichen Kindes betreffenden Paragraphen des BGB bzw. ABGB kommt diesem Punkt wesentlich geringere Bedeutung zu.

4.3. Einen Einfluß hat auch die zu beobachtende Unkenntnis der der Vaterschaft bezichtigten Männer bezüglich der Möglichkeiten, sie von der Vaterschaft ausschließen zu können, weshalb sie keinen entsprechenden Beweisantrag stellen.

5. Auswertung von 408 Gutachtenfällen

5.1. Zur Auswertung gelangten 408 strittige Abstammungsangelegenheiten, die in den letzten Jahren an unserem Institut bearbeitet wurden.

In diesem Material sind Zweitbegutachtungen nicht enthalten. Routinemäßig wurden die Systeme AB₀-A₁A₂, MNSSs, Rhesus, Kell-Collano, P, Duffy, Kidd, Lutheran, Haptoglobine, Ge, saure Erythrocytenphosphatase, Gm, InV seit Beginn 1970 Phosphoglucomutase und Adenylatkinase, fallweise die Systeme Lewis, Sekretor untersucht.

5.2. Die allgemeine durch Verwendung der oben angegebenen Systeme erreichte VACH betrug 87 bzw. 92%.

5.3. Die SVACH lag mit 54% bei Untersuchung der oben angegebenen Systeme am niedrigsten und erreichte mit 99—100% den höchsten Wert.

5.4. Die Berechnung der Vaterschaftswahrscheinlichkeit erfolgte nach den von Hummel u. Mitarb. veröffentlichten Tabellen [2, 4, 5].

5.4. Das Material gliedert sich auf in

335 Ein-Mann-Sachen	= 82,1%
65 Zwei-Mann-Sachen	= 15,9%
8 Drei-Mann-Sachen	= 2,0%

¹ Das Vorgehen entspricht dem von Schiff angegebenen. Es ist einfacher als das von Schulte-Mönting und Hummel [10] veröffentlichte, hat allerdings nicht dessen Exaktheit.

Von den 335 Ein-Mann-Sachen wurden 146 durch serologische Ausschlüsse entschieden, 189 Fälle gelangten zur Berechnung. Von den 65 Zwei-Mann-Sachen verwandelten sich 55 durch Ausschlüsse eines Mannes in Ein-Mann-Fälle, 4 Fälle blieben ohne Ausschluß, und in 6 Fällen wurden beide Männer ausgeschlossen = Totalausschluß.

Die 8 Drei-Mann-Sachen wurden zu 6 Ein-Mann-Fällen, da in diesen Fällen zwei Männer serologisch von der Vaterschaft ausgeschlossen werden konnten, bei 2 Drei-Mann-Sachen erfolgte Ausschluß aller Männer.

Zur Berechnung der Vaterschaftswahrscheinlichkeit gelangten somit:

$$\begin{array}{r} 189 \\ 55 \\ 6 \\ \hline 240 \text{ Ein-Mann-Fälle} \end{array}$$

sowie 3 Zwei-Mann-Fälle.

Das Verhältnis „Nichtväter“/„wahre Väter“ ergibt sich derart:

$$\begin{array}{r} 146 \text{ serologisch ausschließbare Männer} \\ 16 \text{ serologisch nichtausschließbare Nichtväter} \\ \hline (\text{angenommen rund } 90\% \text{ allgemeine VACH)}^2 \\ 162 \text{ Nichtväter} \end{array}$$

Diesen 162 Nichtvätern stehen $335 - 162 = 173$ wahre Väter gegenüber. Das Verhältnis Y/X beträgt demnach ca. 0,94. Mit anderen Worten, von 100 als Väter angegebenen Männern sind ca. 49 zu Unrecht der Vaterschaft bezichtigt und ca. 51 zu Recht. Dieses Verhältnis entspricht der a-priori-Annahme, daß „Nichtväter“ und „wahre Väter“ gleichhäufig zur Beobachtung gelangen sollen.

Berechnung der Zwei-Mann-Fälle

Von den insgesamt bei den Zwei-Mann-Fällen zur Untersuchung gelangten Männern konnten serologisch 67 ausgeschlossen werden ($55 + 12$). Die 55 durch serologischen Ausschluß in Ein-Mann-Fälle umgewandelten Fälle wurden oben besprochen.

Die restlichen 4 wurden nach der Essen-Möller-Formel-Quensel [2] berechnet. In 2 Fällen konnten Ausschlüsse aufgrund der Berechnung vorgenommen werden.

Die Vaterschaftswahrscheinlichkeiten lagen in einem Fall bei 1,2% für den einen und 94% für den anderen Mann, im zweiten Fall bei 4,5% für den einen und 93% für den anderen Mann. Ein Fall kann als entschieden angesehen werden, da die Wahrscheinlichkeiten für die beiden Männer 87 bzw. 98,9% betragen. Bei einer derart hohen Vaterschaftswahrscheinlichkeit für einen Mann, die hauptsächlich durch die Übereinstimmung in den Systemen MNSs, saure Erythrocytenphosphatase, Phosphoglucomatose erreicht wurde, scheiden praktisch andere Männer als Erzeuger aus.

Ein Fall konnte nicht entschieden werden.

² Die serologisch von der Vaterschaft ausgeschlossenen Männer (146) entsprechen 90% aller Nichtväter, daher sind unter den nichtausgeschlossenen Männern ca. 10% Nichtväter zu erwarten.

6. Besprechung

Die SVACH steht in einer nur losen Beziehung zur nach Essen-Möller errechneten Vaterschaftswahrscheinlichkeit. Sie kann niedrig sein, einmal, wenn sich durch die Mutter-Kind-Konstellation nur wenig oder gar keine Ausschlußmöglichkeiten ergeben, andererseits wenn nur Ausschlußmerkmale mit hoher Frequenz vorliegen.

In beiden Fällen wird die Vaterschaftswahrscheinlichkeit gering sein und zu keiner Entscheidung führen. Für diese Fälle haben Hummel, Ihm und Schmidt [6] anhand von Tabellen die Möglichkeit gegeben, die Grenzüberschreitungswahrscheinlichkeit für die betreffenden Männer zu berechnen; d.h. anzugeben wie viele Männer bei gegebener Merkmalkonstellation eine vorgegebene Vaterschaftswahrscheinlichkeit überschreiten. Weiters durch die Zuordnungswahrscheinlichkeit Putativ-Väter mit einer Vaterschaftswahrscheinlichkeit $< W$ 90% in „typische“ oder „untypische“ Väter zu unterscheiden und so eine Aussage zu treffen.

Von Gegnern der Berechnung der Vaterschaftswahrscheinlichkeit nach Essen-Möller (Riedwyl) als Ersatzwert vorgeschlagene spezielle Vaterschaftsausschlußchance ist in ihrer Aussagemöglichkeit beschränkt, da nur die Mutter-Kind-Konstellation berücksichtigt würde, nicht aber eine Rein- oder Mischerbigkeit der Merkmale beim Putativ-Vater. Die Angabe der speziellen Vaterschaftsausschlußchance würde dem Richter bei einem Zwei-Mann-Fall in keiner Weise die Entscheidung erleichtern, welchen der beiden Männer er als „Vater“ annimmt.

Nach dem von uns untersuchten Material ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der willkürlichen Annahme, daß „Nichtväter“ und „wahre Väter“ gleichhäufig zur Beobachtung gelangen sollen, und den tatsächlichen Verhältnissen. Es sind somit die Einwände, daß durch eine willkürliche Annahme des Verhältnisses „Nichtväter“/„wahre Väter“ willkürliche Vaterschaftswahrscheinlichkeiten errechnet werden können, zumindest in der Praxis, hinfällig.

Literatur

1. Essen-Möller, E.: Die Beweiskraft der Ähnlichkeit im Vaterschaftsnachweis; theoretische Grundlagen. Mitt. anthrop. Ges. (Wien) **68**, 9 (1938).
2. Essen-Möller, E., Quensel, C. E.: Zur Theorie des Vaterschaftsnachweises auf Grund von Ähnlichkeitsbefunden. Dtsch. Z. ges. gerichtl. Med. **31**, 70 (1939).
3. Geyer, E.: Die praktische Anwendung der Essen-Möllerschen Formel im Vaterschaftsnachweis. Verh. dtsch. Ges. Rassenforsch. **9**, 79 (1938).
4. Hummel, K.: Die medizinische Vaterschaftsbegutachtung mit biostatistischem Beweis. Stuttgart: Gustav Fischer 1961.
5. Hummel, K.: Ergänzende Ig Y/X-Tabellen zur Berechnung der Vaterschaftswahrscheinlichkeit im serologischen Gutachten. Z. Immun.-Forsch. **125**, 277 (1963).
6. Hummel, K., Schmidt, V., Ihm, P.: Weitere Ergänzung der Ig Y/X-Tabellen zur Berechnung der Vaterschaftswahrscheinlichkeit nach Essen-Möller aus serologischen Befunden. Z. Immun.-Forsch. **137**, 321 (1969).
7. Hummel, K., Ihm, P., Schmidt, V.: Beurteilung einer nach der Formel von Essen-Möller gefundenen Vaterschaftswahrscheinlichkeit in Hinblick auf die gegebene Mutter-Kind-Konstellation. Dtsch. Z. ges. gerichtl. Med. **66**, 97 (1969).
8. Jancik, W. E., Speiser, P.: Zahlenwerte über die Wahrscheinlichkeit von Vaterschaftsausschlüssen. Wien: Springer 1952.
9. Ludwig, W.: Zur Theorie der Essen-Möllerschen Methode. Homo **2**, 55 (1951).

10. Riedwyl, H.: Wahrscheinlichkeitsberechnung bei Blutgruppengutachten. *Ärztl. Lab.* **16**, 86 (1970).
11. Schulte-Mönting, J., Hummel, K.: Zum Problem der a-priori-Wahrscheinlichkeit bei der Berechnung der Vaterschaftsplaussibilität. *Berechnungsgrundlagen. Z. Immun.-Forsch.* **139**, 212 (1970).
12. Weninger, M.: Zur zahlenmäßigen Erfassung der Ähnlichkeit im naturwissenschaftlichen Vaterschaftsnachweis. Eine kritische Auseinandersetzung mit der Formel von E. Essen-Möller und ihrer praktischen Anwendung. *Mitt. öst. Ges. Anthropol.* **78—79**, 33 (1949).

Dr. med. Gerhardt Sorgo
Institut für Gerichtliche Medizin
der Universität
A-5020 Salzburg, Ignaz-Harrer-Str. 79